

Das AC/DC-Theorem

Wolf Bayer

Hans-und-Hilde-Coppi-Schule Berlin

11. Februar 2010

Dieses Theorem verdanken wir Dr. Christian Maurer, FB Informatik, FU Berlin. Es beweist, dass es keinen Wechselstrom gibt. Aus der üblichen Darstellung für die Spannung des Wechselstroms $t \rightarrow U(t)$ wird abgeleitet, dass $U(t)$ konstant ist. Folglich muss jeder Wechselstrom ein Gleichstrom sein. Nicht nur Schul-Mathematiker, auch diplomierte Mathematiker und Mathematikerinnen scheiterten bei der Suche nach dem Fehler dieses Beweises. Soviel sei verraten: Die mathematische Sünde liegt in der Anwendung der komplexwertigen Potenzfunktion $z \rightarrow z^\alpha$.

Begriffe:

Alternating Current: abgekürzt AC englisch für Wechselstrom

Direct Current: abgekürzt DC englisch für Gleichstrom



Theorem 1

Sei $t \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$ und $t \rightarrow U(t)$ die Funktion der Spannung eines Wechselstroms, dann ist $U(t)$ konstant. Das bedeutet jeder Wechselstrom (AC) ist ein Gleichstrom (DC).

Beweis:

In den meisten Physik-Büchern wird die Spannung $U(t)$ eines Wechselstroms $I(t)$ wegen der einfacheren Additionstheoreme komplexwertig dargestellt, aber nur der Real-Teil betrachtet:

$$t \rightarrow U(t) = \mathcal{RE} \left[U_0 e^{i\omega t} \right]$$

Dabei bedeutet $U_0 = U(0)$ die Anfangs-Spannung, $t > 0$ die Zeit, ω die Winkelgeschwindigkeit der Wechselspannung und $i := \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit.

Wir ersetzen die Winkelgeschwindigkeit ω durch die Frequenz ν durch $\omega = 2\pi\nu$ und erhalten

$$U(t) = \mathcal{RE} \left[U_0 e^{i2\pi\nu t} \right] \tag{1}$$

$$= \mathcal{RE} \left[U_0 e^{(i2\pi)(\nu t)} \right] \tag{2}$$

$$= \mathcal{RE} \left[U_0 \left(e^{i2\pi} \right)^{\nu t} \right] \tag{3}$$

$$= \mathcal{RE} \left[U_0 (\cos 2\pi + i \sin 2\pi)^{\nu t} \right] \tag{4}$$

$$= \mathcal{RE} \left[U_0 (1 + i0)^{\nu t} \right] \tag{5}$$

$$= \mathcal{RE} \left[U_0 1^{\nu t} \right] \tag{6}$$

$$= \mathcal{RE} \left[U_0 1 \right] \tag{7}$$

$$= \mathcal{RE} \left[U_0 \right] \tag{8}$$

$$= U_0. \tag{9}$$

Die Spannung des Wechselstroms (AC) $t \rightarrow U(t)$ ist damit gleich der Anfangsspannung U_0 , d.h. sie ist konstant. Daher ist dieser Strom ein Gleichstrom (DC). qed.

Es stellt nun sich die Frage: Was kommt da eigentlich aus der Steckdose?